

# TECHNOLOGICKÝ LIST č. 77

**poloprovozu ověřené technologie  
prototypu uplatněné metodiky funkčního vzorku autorizovaného software\***

**Název:** Metodika měření a korekcí tvaru rezonanční trubice žesťového nástroje v muzejnictví a při běžných opravách

**Title:** The method of brass instrument resonant tube measurement and corrections for museums and common repairs

**Původce (-i):** Viktor Hruška

**Vlastník:** Akademie múzických umění v Praze, Hudební fakulta, Výzkumné centrum MARC

**Lokalizace:** 118 00 Praha 1, Malostranské nám. 13

**Abstrakt:** Metodika zavádí přehledný postup stanovení výšek přirozených tónů žesťového nástroje při známých geometrických parametrech. Kroky metodiky tvoří výpočet vstupní impedance nástroje a jeho další interpretace. Formálně náročné fyzikální výpočty jsou usnadněny využitím skriptu *Brass Earwig*. V přehledných, jednoduchých krocích nevyžadujících širší technické znalosti je popsána jeho obsluha i možnosti využití jeho výsledků. Metodika přináší objektivizaci postupu měření vlastností žesťového nástroje nezávisle na hráčské zkušenosti a osobním vkusu.

**Abstract:** The method introduces a well-arranged procedure of brass instrument natural tones identification for given geometrical parameters. The method steps lie in input impedance calculation and its further interpretation. Any advanced calculations are easily approachable using the *Brass Earwig* script. Its use is described through a few simple steps without any wider technical-educational prerequisites. The method brings an objectification of brass instruments features measurements without considering test player's skills and personal preferences.

**Popis:** Viz Příloha k TL č. 77

**Inovační aspekty:** Metodika objektivizuje postup optimalizace opravy poškozeného žesťového nástroje a nově vnáší do úkonů doposud řešených v běžné nástrojařské praxi zkušenostmi nástrojaře - restaurátora a jeho subjektivním přístupem objektivní akustické

aspekty, které následně interpretuje. Metodika definuje kroky k získání řešení a její provedení je usnadněno vytvořeným skriptem *Brass Earwig*, který uživatel může použít k provádění formálně náročných výpočtů. Tento skript je snadno ovladatelný i bez předešlého technického vzdělání.

**Přínosy:** Při opravách žesťových nástrojů se zmenšuje podíl „zásahů zkusmo“ a při postupu dle této metodiky v péči o muzeální sbírkové fondy lze neinvazivní cestou obdržet doposud nedostupné informace o původním znění cenných, ale nehratelných nástrojích, u nichž podmínka uchování autenticity vylučuje restaurátorské zásahy do konstrukce nástroje, který by je uvedl do hratelného stavu.

**Licence:** Za určitých podmínek není třeba

**Licenční poplatek:** ano

**Obor:** Umění, architektura, kulturní dědictví – AL

**Projekt:** MŠMT Institucionální podpora dlouhodobého koncepčního rozvoje AMU Praha,  
IP DKR projekt *Zvuková kvalita*

**Identifikační číslo RIV:**

**Údaje pro RIV:**

*Umístění:* <http://zvuk.hamu.cz/vyzkum/publikacni.php>

*Bližší upřesnění výsledku:* N - certifikovaná metodika (kód A),

*Interní kód produktu:* Vstupní impedance

*Číselná identifikace:* TL.77

*Technické parametry výsledku:* Technické parametry a popis zařízení viz. TECHNOLOGIC-KÝ LIST č. 77 (vydán r. 2015 Výzkumným centrem MARC, HAMU v Praze)

*Ekonomické parametry výsledku:*

*Označení certifikačního orgánu:* CSQ-CERT, Novotného lávka 5, Praha 1

*Certifikace:* M031/M/2015

*Datum certifikace výsledku:* 18. 12. 2015

*Způsob využití výsledku:* C- výsledek je využíván bez omezení okruhu uživatelů

*Kategorie výsledků podle nákladů:*

# Příloha technologického listu č. 77

V mnoha praktických aplikacích (viz dále), je nutné určit výšku tónů, které může žesťový nástroj přirozeně hrát. Tato znalost je klíčová jak pro účely muzejní dokumentace, tak zejména jako základ k plánování oprav nástroje.

Následující odstavce představí problémy nalezení přirozených tónů i jejich řešení v jednoduchých krocích předkládané metodiky.

## 1 Stručný úvod do problematiky

### 1.1 Profil vlnovodu nástroje

Rozšiřující se tvar profilu běžně užívaných žesťových nástrojů není možné, a to ani v hrubém přiblížení, jednoduše aproximovat např. odpovídajícím způsobem dlouhou válcovou trubicí.

Většina profilů žesťových nástrojů odpovídá tzv. Besselovým vlnodům (zobecněné hyperboloidy), pro jejichž poloměr  $r$  v závislosti na vzdálenosti  $x$  měřené od vstupu trubice platí:

$$r = \frac{b}{(x + x_0)^\gamma}$$

přičemž parametry  $x_0$ ,  $b$  a  $\gamma$  musí být nalezeny pro každý konkrétní nástroj zvlášť. Parametr  $\gamma$ , který hraje roli v míře stoupání rozšiřujícího se profilu je přibližně roven jedné pro žestě více se blížící kónickým (tuby, křídlovka), pro více cylindrické (trubka, trombon) je  $\gamma \approx 0,7$ .

Frekvence přirozených tónů  $f_n$  takového vlnovodu celkové délky  $L$  jsou:

$$f_n \approx \frac{c}{4(L + x_0)} \left[ 2n - 1 + \beta \sqrt{\gamma(\gamma + 1)} \right]$$

kde  $c$  je rychlost zvuku,  $n$  přirozené číslo a  $\beta$  je číselný parametr netriviálním způsobem závislý na  $\gamma$  zhruba v rozsahu 0,6 - 0,7. Druhý člen v hranaté závorce je proto blízký 1 a zřejmě  $f_n \sim n$ . Přirozené tóny tedy tvoří harmonickou řadu bez přerušení (nástroj má všechny alikvótní tóny), což odpovídá běžné hráčské zkušenosti.

### 1.2 Vstupní impedance nástroje

Tuto veličinu si lze intuitivně představit jako odpor, který nástroj na svém vstupu klade prostupu akustického rozruchu. Formálně je vstupní impedance definována jako podíl

akustického tlaku a akustické rychlosti měřený při vstupu do nástroje. Podstatné je, že tento poměr je závislý na frekvenci zvuku, který se nástrojem šíří.

Vzhledem k tomu, že rty se chovají jako tlakově regulovaný ventil, největší efektivita hry je dosaženo, pokud jsou rty vystaveny maximální vstupní impedanci umožňující udržení vysokého rozdílu tlaků.

*Nalezení maxim vstupní impedance a nalezení frekvencí přirozených tónů je tedy shodná úloha.*

### 1.3 Nátrubek

Hlavní impedanční maximum celé soustavy nástroj-nátrubek je do značné míry řízeno polohou impedančního maxima samotného nátrubku. Špatná volba nátrubku vzhledem k očekávanému profilu impedance nástroje vede často k rozladění nástroje.

*Nátrubek tedy není možné vyloučit z výpočtu jako součástku se zanedbatelným vlivem.*

### 1.4 Teoretický základ metody určení přirozených tónů výpočtem vstupní impedance

Měřením je možné určit parametry vlnovodu, objem dutiny nátrubku a průřez jeho zaškrčení, což jsou hlavní parametry, na kterých vstupní impedance závisí. Jednak ovšem není tento výpočet přímočarý (např. parametr  $\gamma$  (viz 1.1) by musel být nalezen metodou nejmenších čtverců). Kromě toho do něj lze jen ne příliš elegantně zahrnout například poškození nástroje promáčknutím stěny, v praxi věc zcela běžnou.

Z tohoto důvodu je lepší použít metodu výpočtu vstupní impedance rozdělením vlnovodu na menší celky, určit jejich přenosovou charakteristiku a transformovat vyzářovací impedance zatěžující výstup z nástroje na impedanci vstupní.

Přenosová matice  $\mathbb{T}_{ij}^m$   $m$ -té válcové části vlnovodu a délce  $l$  převádějící akustický tlak a rychlost na začátku a konci úseku vlnovodu se započítáním termoviskózních ztrát má tvar:

$$\mathbb{T}_{ij}^m = \begin{pmatrix} \cosh \kappa l & z_c \sinh \kappa l \\ \frac{1}{z_c} \sinh \kappa l & \cosh \kappa l \end{pmatrix}$$

kde platí označení:

- $\kappa = k \left[ \frac{1,045}{r_v} + i \left( 1 + \frac{1,045}{r_v} \right) \right]$  ... komplexní vlnové číslo
- $z_c = \frac{\rho_0 c}{S} \left[ \left( 1 + \frac{0,369}{r_v} \right) - i \frac{0,369}{r_v} \right]$  ... komplexní charakteristická impedance
- $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}$  ... vlnové číslo
- $r_v = \sqrt{\frac{\rho_0 \omega S}{\eta \pi}}$  ... součinitel termoviskózních ztrát
- $\rho_0$  ... hustota vzduchu v trubici
- $\eta$  ... dynamická viskozita vzduchu

- $c$  ... rychlost zvuku
- $S$  ... plocha průřezu  $m$ -té válcové části
- $\omega$  ... úhlová frekvence

Matici přenosu celého nástroje včetně nátrubku  $\mathbb{A}_{ij}$  obdržíme jako součin přenosových matic jednotlivých částí:

$$\mathbb{A}_{ij} = \prod_m \mathbb{T}_{ij}$$

a vstupní impedanci  $Z_{in}$  jako projekci vyzařovací impedance  $Z_r$  nástrojem včetně nátrubku:

$$Z_{in} = \frac{\mathbb{A}_{11}Z_r + \mathbb{A}_{12}}{\mathbb{A}_{21}Z_r + \mathbb{A}_{22}}$$

Za model vyzařovací impedance bereme oscilující píšť v nekonečné rovině, pro který platí:

$$Z_r = z_T \left[ 1 - \frac{J_1(2kR)}{kR} + i \frac{H_1(2kR)}{kR} \right]$$

kde  $z_T$  je charakteristická impedance posledního modelového válcového dílku nástroje,  $R$  jeho poloměr,  $J_1$  Besselova a  $H_1$  Struveho funkce prvního řádu.

**Přes formální náročnost tohoto postupu je jeho nespornou výhodou, že vstupem algoritmu jsou pouze dobře měřitelné geometrické údaje.**

Platnost algoritmu je omezena frekvencí zvuku, nad kterou se už v trubici mohou ustavit nejen podélné, ale i příčné mody. Odhad pro tuto mezní frekvenci  $f_c$  v modelovém válcovém dílku o poloměru  $r$  měřeném v milimetrech je:

$$f_c \sim \frac{10^5}{r}$$

## 2 Aplikace metody

### 2.1 Zjištění ladění žesťového nástroje

Zjistit ladění žesťového nástroje, aniž by se na něj zahrálo, není snadné (viz argumentace v bodu 1). V praxi správy sbírek hudebních nástrojů dochází k situacím, kdy je historický žesťový nástroj neschopen hry (nejčastěji z důvodů porušení materiálu stěn), přesto by bylo z dokumentačních důvodů vhodné znát ladění nástroje a celkovou kvalitu jeho naladění.

Aplikací popsané metody je možné tyto informace získat, aniž by nástroj opustil bezpečné prostředí sbírek nebo na něm musela být vykonána moderní oprava narušující autenticitu nástroje jako sbírkového předmětu.

## 2.2 Doladění nástroje, výměna esa nebo ústnice

Není-li nutné zachovat autenticitu, je možné tuto metodiku využít i k simulaci a optimalizaci různých zamýšlených oprav. Mezi běžné úkony generálních oprav nebo přizpůsobení nástrojů patří výměna některé z prvních částí nástroje (výměna pevné ústnice za laditelnou, výměna esa za užší, z jiného materiálu atd.). Klíčovým prvkem plánování této opravy je odhad správného množství materiálu nástroje, který musí být v rámci zásahu ubrán tak, aby ladění nástroje nebylo narušeno vložení nového kusu.

## 2.3 Odhad míry rozladění poškozením nástroje

Pomocí uvedené metody je možné stanovit míru rozladění nástroje způsobenou narušením hladkosti průběhu trubice (typicky nejruznější vmáčknutí). Toto složitější modelování je účelné zejména proto, že nemusí být narušen základní tón nástroje, ale například až některý z vyšších alikvótních tónů.

## 2.4 Další vlastnosti čitelné ze vstupní impedance

Obecně platí, že průběh obálky maxim vstupní impedance by u kvalitních nástrojů měl být rovnoměrný a hladký (hodnoty jednotlivých maxim by neměly být "cik-cak", nemělo by existovat maximum například čtyřnásobně převyšující sousední). Příliš rozkolísané hodnoty maxim mohou indikovat nástroj obtížně hratelný. Obecně platí, že čím vyšší je vstupní impedance a čím je její maximum na frekvenci odpovídající přirozenému tónu užší, tím je tón pevnější v ladění, ale náročnější na hru. V opačném případě je sice nástroj vhodný zejména k rychlým přeměnám mezi alikvóty, hrozí ovšem riziko, že hráče v ladění málo podpoří.

# 3 Metodika

## 3.1 Praktický postup dle metodiky

Kroky metodiky směřují k jednoduchému využití připraveného skriptu *Brass Earwig*. Ten je postaven v jazyce Python 2.7 a spustitelný pod MS Windows bez nutnosti instalace a dohledávání podpůrných knihoven. Jeho obsahem jsou formálně náročné fyzikální výpočty (viz bod 1), které tak přímo v dílně není nutné řešit.

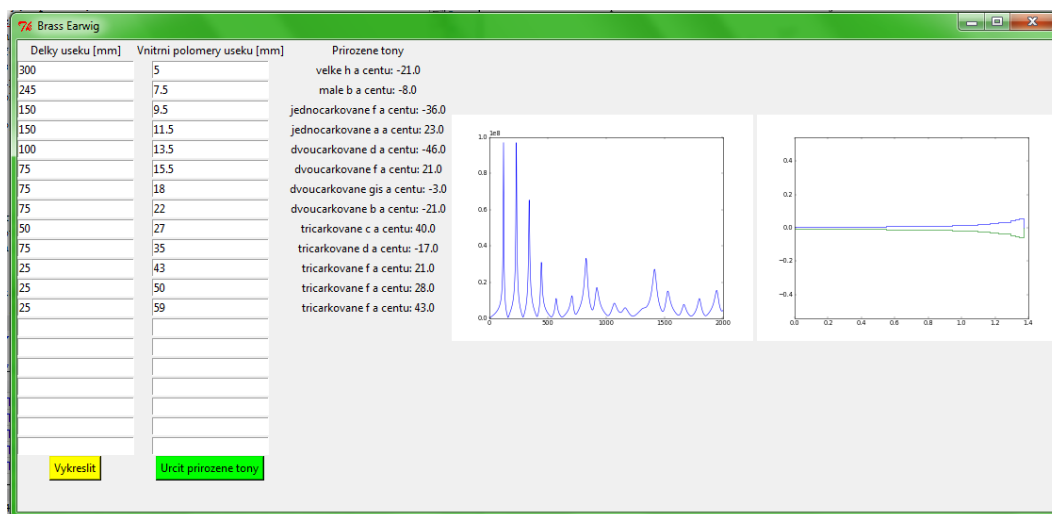
Při použití této metodiky bude odstraněn vliv subjektivních názorů hráče na výsledek konstrukčních zásahů na nástroji. Poskytuje tedy objektivizaci náhledu na nástroj při vyloučení různé míry hráčských zkušeností a osobního vkusu.

### **Konkrétní postup měření a zadání údajů:**

1. **Změření délky válcového dílku.** Délku válcového dílku odměřujeme pomocí provázku kopírujícího osu trubice na vnějším povrchu. Zakřivenou část (ve smyslu ohybu, nikoli rozšíření) měříme jako několik přímých úsečků. Vždy měříme tak, aby hodnota délky válcového úseku na zakřivené trubici odpovídala ekvivalentní délce válcového úseku přímé trubice. *Neobtáčíme provázek kolem vnějšího průměru zakřivení trubice, ale vedeme ho nad osou trubice.*

2. **Změření průměru.** Měření průměru je možné provést buď posuvným měřidlem, přičemž dbáme, aby nebyl poškozen povrch trubice, nebo některou z optických metod. Vstupem algoritmu jsou vnitřní poloměry trubice. *Je tedy klíčové nezapomenout odečíst tloušťku materiálu trubice a dělit dvěma.* Podobně jako v předchozím případě měříme ekvivalentní poloměr idealizovaného válcového úseku tak, aby byla zachována shodná plocha průřezu trubice mezi reálným nástrojem a modelovým dílem (jedná-li se např. o poškozenou část nástroje).
3. **Požadovaná jemnost měření.** Části nástroje s výraznějším stoupáním průřezu dělíme na menší dílky tak, aby relativní rozdíl průměrů sousedních dílů nepřesáhl 10 %.
4. **Sestavení ekvivalentního modelu nástroje.** Získané délky přibližně válcových úseků a jejich poloměry vložíme do tabulky ve skriptu *Brass Earwig*. Jednotkou délky jsou milimetry. *Je důležité, aby ekvivalentní model nástroje odpovídal nástroji jako sestavenému celku. Je tedy třeba změřit nátrubek, správně změřit jeho zasunutí do nástroje, aby celková délka nebyla nepatříčně prodlužována o části ležící v sobě.*
5. **Určení přirozených tónů.** Po stisknutí tlačítka **Určit přirozené tóny** skript vypočítá průběh vstupní impedance v závislosti na frekvenci, vykreslí ji v jednotkách akustických Ohmů a frekvenční maxima průběhu přeloží jako názvy tónů s poznámkou, o kolik centů se od daného temperovaného půltónu liší.
6. **Optimalizace.** Pokud nepracujeme se sbírkovým historickým nástrojem, v tuto chvíli je možné začít měnit jednotlivé délky (tzn. vrátit se modelově k bodu 1), abychom dosáhli odpovídajícího přeladění, správného napojení náhradního dílu atd. *Neměníme části nástroje, které není možné během jednoduché opravy upravovat (např. stoupání profilu ozvučnicku). Typicky tedy omezuje zásahy na první části nástroje za nátrubkem (ústnici a eso).*

Během libovolného kroku vkládání geometrických parametrů je možné stisknout tlačítko **Vykreslit** a ověřit, zda náskres odpovídá měřenému nástroji.



*Ukázka okna skriptu Brass Earwig. Popsaný nástroj zjevně není vhodný, řada alikvótních tónů není harmonická.*

## 4 Použitá literatura

MAPES-RIORDAN, Dan. Horn modeling with Conical and Cylindrical Transmission-Line Elements. *Journal of Audio Engineering Society*. 1993, 41(6): 471-484.

KAUSEL, Wilfried. *A musical acoustician's guide to computational physics: concepts, algorithms*. Vienna, Austria: Institute of Musical Acoustics, University of Music, 2003. ISBN 39-009-1405-2.

FLETCHER, Neville H. a Thomas D. ROSSING. *The physics of musical instruments*. 2. ed. New York: Springer, 1998. ISBN 03-879-8375-9.